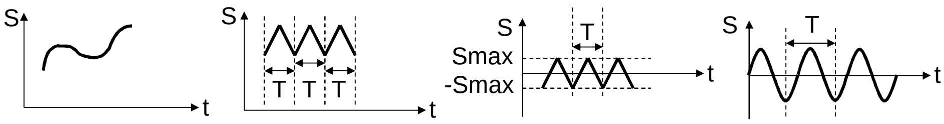
Grandeurs sinusoïdales

I. Les différents types de signaux

- ***Signal variable***
- ***Signal périodique***
- ***Signal alternatif***
- ***Signal sinusoïdal***



Signal variable *Signal périodique* *Signal alternatif* *Signal sinusoïdal*

Pourquoi étudiera-t-on principalement le signal sinusoïdal?

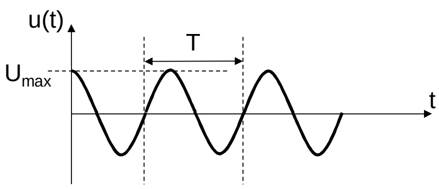
● Tous les signaux qui arrivent aux bornes des appareils sont délivrés par des générateurs ou moteurs (rotation cyclique) :
$\Rightarrow$ délivrance d'un signal périodique (sinusoïdal)

Distribution de l'énergie électrique en France sous la forme de tensions et de courants sinusoïdaux de fréquence 50Hz.

● Tous les signaux (triangulaire, carré …) peuvent être décomposés en une somme de signaux sinusoïdaux (Transformée de Fourier)

II. Le régime sinusoïdal

Les grandeurs sinusoïdales sont des grandeurs périodiques particulières dont l'étude est importante en électronique et en électrotechnique. Par ailleurs, les tensions électriques délivrées par le réseau d'EDF sont elles-mêmes sinusoïdales,



- U_M et I_M sont les de u(t) et de i(t)
- ($\omega t + \theta$) est la
- ω la avec $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$
- θ_u et θ_i sont les des temps de u(t) et de i(t)
- $\varphi = \theta_u - \theta_i$ est la entre u(t) et i(t)
- En électrotechnique la tension u(t) est caractéristique du réseau

<u>Caractéristiques du signal sinusoïdal</u>

•Phénomène périodique et période
Un phénomène est périodique si il se reproduit identiquement

La période est donc une durée.

•Fréquence
La fréquence d'un

. Le symbole de la fréquence est f. La fréquence s'exprime en Hertz.

$$\boxed{\mathbf{f} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{T}}}$$

•Pulsation
Le symbole de la pulsation est ω. La pulsation s'exprime en rad.s^{-1}.

$$\boxed{\omega = 2\pi * f = \frac{2\pi}{T}}$$

II.1. Valeurs caractéristiques

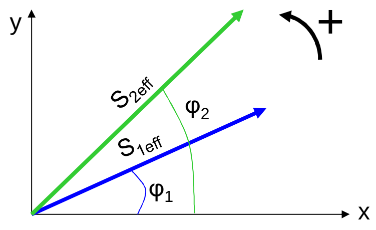
La valeur moyenne d’un signal périodique est donnée par :

La valeur efficace d’un signal périodique est donnée par :

II.2. Représentations des grandeurs sinusoïdales

FRESNEL

A toute grandeur sinusoïdale (de pulsation ω), on peut associer un vecteur tournant à la vitesse angulaire ω, de module égal à la valeur efficace de la grandeur, On représente ce vecteur à l’origine des temps, Il présente alors avec l’axe de référence des phases [ox) un angle orienté égal à la phase à l’origine de la grandeur (c’est le vecteur de FRESNEL associé).

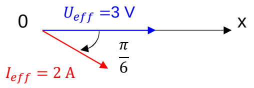


Nombre complexe associé

exemple :

$u(t) = 3\sqrt{2}.\sin(\omega t)$

$i(t) = 2\sqrt{2}.\sin(\omega t - \frac{\pi}{6})$



Nombre complexe associé

A toute grandeur sinusoïdale, on peut associer un nombre complexe (module = valeur efficace et argument = phase à l'origine), pour l'exemple :

$\tilde{u} = (3\,;0)$

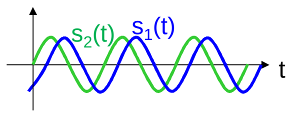
$\tilde{\imath} = (2\,;\frac{\pi}{6})$

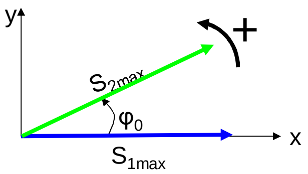
Déphasage du signal sinusoïdal

φ_0 est le déphasage de s2 par rapport à s1

- **1er cas :** **si $\varphi_0 > 0$ alors s_2 est en avance sur s_1**

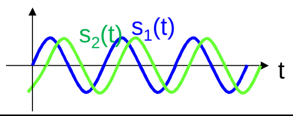
Représentation temporelle | **Représentation vectorielle** | **Représentation complexe**

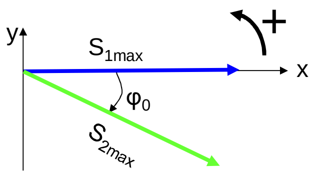




- **2ème cas :** **si $\varphi_0 < 0$ alors s_2 est en retard sur s_1**

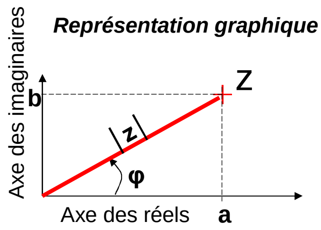
Représentation temporelle | **Représentation vectorielle** | **Représentation complexe**





a. Soit z le nombre complexe z=a+jb

Représentation graphique



b. Nombre réel

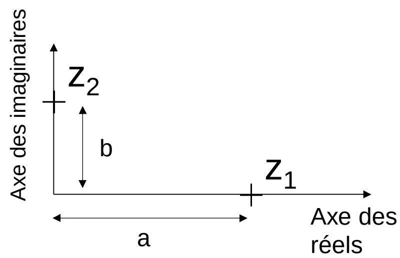
Soit z_1 un nombre réel alors z_1=a

Module ***Argument***

c. Nombre imaginaire pur

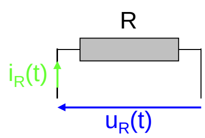
Soit z_2 un imaginaire pur alors z_2=jb

Module ***Argument***



III. Les dipôles passifs linéaires

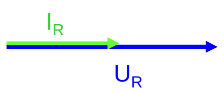
La résistance



<u>Représentation temporelle</u>

$$u_R(t) = R * i_R(t)$$

<u>Représentation vectorielle</u>

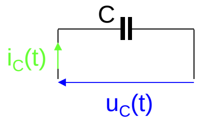


$$\vec{u}_R = R\vec{i}_R \qquad \|\vec{u}_R\| = R\|\vec{i}_R\| \qquad \varphi = 0$$

Dans une résistance tension et courant sont en phase

Grandeurs sinusoïdales

Le condensateur idéal

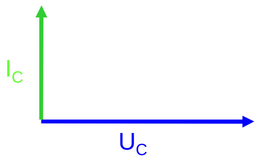


Représentation temporelle

$$i_C(t) = C * \frac{du_C(t)}{dt}$$

$u_C(t)$: valeur de la tension aux bornes du condensateur à l'instant t (en Volts)
$i_C(t)$: valeur de l'intensité dans le condensateur à l'instant t (en Ampères)
C : valeur du condensateur (en Farad F)

Représentation vectorielle

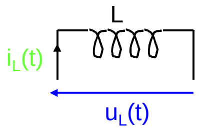


Représentation complexe

11

Grandeurs sinusoïdales

La bobine idéale

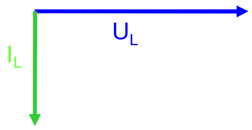


Représentation temporelle

$$u_L(t) = L * \frac{di_L(t)}{dt}$$

$u_L(t)$: valeur de la tension aux bornes de la self à l'instant t (en Volts)
$i_L(t)$: valeur de l'intensité dans la self à l'instant t (en Ampères)
L : valeur de l'inductance de la self (en Henry H)

Représentation vectorielle



Représentation complexe

12

III. Puissances en régime alternatif

III.1. Puissance active

1. Définition

La **puissance active** (en Watts) est la puissance consommée par la **partie résistive** du dipôle.

$$\boxed{P = \frac{1}{2} UI \cos\varphi = U_{eff} I_{eff} \cos\varphi}$$

III.2. Puissance réactive

1. Définition

La **puissance réactive** s'exprime en VAR (Volts Ampères Réactifs)

2. Dans une résistance

3. Dans une inductance idéale

Une inductance consomme de la puissance réactive.

4. Dans un condensateur idéal

Un condensateur fournit de la puissance réactive.

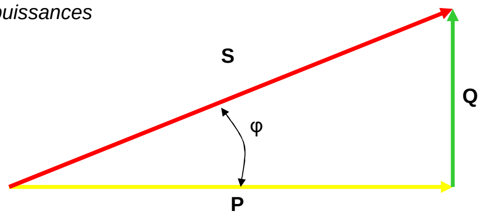
III.2. Puissance apparente

Définition

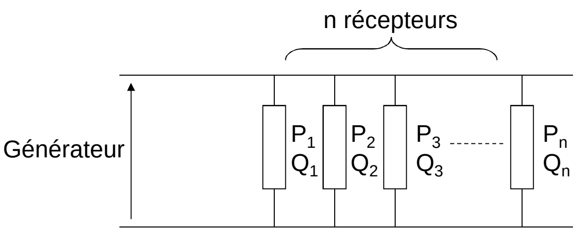
La puissance apparente s'exprime en VA (Volts Ampères)

Relation entre puissance apparente et puissances active et réactive

Triangle des puissances



Calcul de la puissance totale à partir des puissances partielles



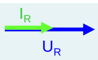
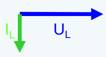
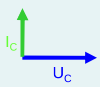
L'installation électrique consomme une puissance active P_T et absorbe ou fournit une puissance réactive Q_T telles que

Facteur de puissance

Pour un dipôle linéaire en régime sinusoïdal

Dans le cas idéal

Pour améliorer k, il suffit de mettre en parallèle sur la ligne alimentant l'installation:

Composants idéaux	Représentation temporelle	Représentation vectorielle	Représentation complexe	Déphasage tension/courant	Puissance active	Puissance réactive	Puissance apparente
R	$u_R(t) = R * i_R(t)$	 $\vec{U}_R = R\vec{I}_R$ $\lVert\vec{U}_R\rVert = R\lVert\vec{I}_R\rVert$	$Z_R = R$ $\underline{U}_R = R\,\underline{I}_R$	$\varphi = 0$	$P = \frac{U_{eff}^2}{R} = RI_{eff}^2$	$Q = 0$	$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
L	$u_L(t) = L * \frac{di_L(t)}{dt}$	 $\lVert\overrightarrow{U_L}\rVert = L\omega\lVert\vec{I}_L\rVert$	$Z_L = jL\omega$ $\underline{U}_L = jL\omega\underline{I}_L$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	$P = 0$	$Q = L\omega I_{eff}^2 = \frac{U_{eff}^2}{L\omega}$	
C	$i_C(t) = C * \frac{du_C(t)}{dt}$	 $\lVert\vec{I}_C\rVert = C\omega * \lVert\vec{U}_C\rVert$	$Z_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-j}{C\omega}$ $\underline{U}_C = \frac{1}{jC\omega} * \underline{I}_C$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$	$P = 0$	$Q = -C\omega U_{eff}^2 = -\frac{I_{eff}^2}{C\omega}$	
					$P_T = \sum_{i=1}^{n} P_i$	$Q_T = \sum_{i=1}^{n} Q_i$	$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$
							$k = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

Exercices

1/ Deux récepteurs sont branchés en série sous 240V, 50Hz. Le premier récepteur inductif est équivalent à une résistance R_1 = 150 Ω en série avec une inductance L = 0,5 H ; le deuxième récepteur capacitif est équivalent à une résistance R_2 = 150 Ω en série avec une capacité C = 15 µf.

- Calculer les impédances complexes de chaque récepteur, puis l'impédance complexe équivalente du montage
- En déduire la valeur du courant $\tilde{\imath}$ qui traverse le circuit. Puis calculer les tensions complexes aux bornes de chaque récepteur.

2/ Les deux récepteurs précédents sont maintenant branchés en parallèle sous 240V,50Hz.

- Calculer l'impédance équivalente du groupement,
- Calculer les courants complexes dans chaque branche du circuit.